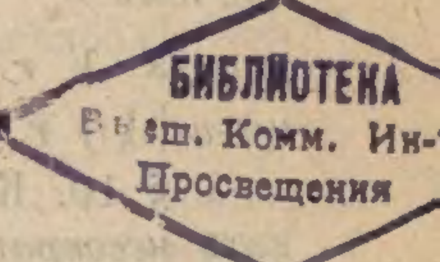
ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XIV Сем. № 163. № 7.

ТЕОРІЯ ВЫРАЖЕНІЙ,

содержащихъ квадратные радикалы, въ связи съ теоріей графическихъ задачъ элементарной геометріи *).



ГЛАВА III.

§ 9. Цѣлый полиномъ $M = ax^p + a_1x^{p-1} + \ldots + a_{p-1}x + a_p$, въ которомъ коэффиціенты $a, a_1, \ldots, a_p$ суть независящія отъ x квадраторадикальныя (цѣлыя) функціи данныхъ количествъ, будемъ называть *квадраторадикальнымъ* полиномомъ. Уравненіе $M = ax^p + \ldots + a_p = 0$ будемъ называть квадраторадикальнымъ уравненіемъ. Вообще всѣ названія, относимыя къ полиному M, будемъ относить и къ уравненію $M=0$ и наоборотъ. Такъ, порядокъ n группы функцій $a, a_1, \ldots, a_p$ (коэффиціентовъ функціи M) есть порядокъ полинома M и уравненія $M=0$. Когда $n=0$, то $M=0$ есть раціональное уравненіе, т. е. уравненіе съ раціональными коэффиціентами.

Въ квадраторадикальномъ уравненіи $M=0$ всегда будемъ полагать коэффиціентъ a высшаго члена равнымъ единицѣ, ибо если a есть квадраторадикальная функція, то, помноживъ уравненіе на функцію φ, обращающую a въ раціональное количество α, и раздѣливъ каждый членъ уравненія на α, получимъ сходное съ $M=0$ квадраторадикальное уравненіе, въ которомъ коэффиціентъ высшаго члена равенъ единицѣ. Поэтому, изображая уравненіе $M=0$ относительно какого либо внѣшняго радикала $\sqrt{r}$ въ видѣ $A + B\sqrt{r} = 0$, будемъ полагать степень полинома A выше степени полинома B.

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики" №№ 158, 159.

Изъ нашихъ опредѣленій легко выводятся слѣдующія положенія:

I. Общій наибольшій дѣлитель D группы полиномовъ $M, m, \mu \dots$ есть полиномъ, сходный съ этой группой, ибо нахожденіе такого дѣлителя совершается посредствомъ раціональныхъ дѣйствій. Такъ какъ можно вводить въ D и исключать изъ него какіе угодно множители, независящіе отъ x, то коэффиціентъ высшаго члена въ D будемъ полагать равнымъ единицѣ. Если степени полиномовъ M и D равны, то отношеніе $M : D$ равно отношенію коэффиціентовъ ихъ высшихъ членовъ; слѣдовательно, если при этомъ коэффиціентъ высшаго члена въ M равенъ 1-цѣ, то $M = D$ тождественно.

II. Если полиномы $M = ax^p + a_1x^{p-1} + \dots + a_kx^k + \dots + a_p$ и $\mu = \alpha x^p + \alpha_1 x^{p-1} + \dots + \alpha_k x^k + \dots + \alpha_p$ тождественно равны, то коэффиціенты a_k и α_k въ M и μ равны для всѣхъ значеній, какія k можетъ имѣть, поэтому будетъ одно изъ двухъ: либо одинъ изъ полиномовъ, напримѣръ M, несходенъ съ μ, и тогда всякій внѣшній радикалъ, которымъ M отличается отъ μ, приводимъ къ остальнымъ радикаламъ группы M, μ (§ 8, III); либо полиномы M и μ взаимно сходны, и тогда каждая пара равныхъ коэффиціентовъ a_k и α_k представится въ отношеніи какого либо внѣшняго радикала $\sqrt{r}$ въ видѣ $a_k = b_k + c_k\sqrt{r}$; $\alpha_k = \beta_k + \gamma_k\sqrt{r}$, причемъ $b_k = \beta_k$; $c_k = \gamma_k$; слѣдовательно, въ отношеніи внѣшняго радикала $\sqrt{r}$ полиномы M и μ представятся въ видѣ $M = U + V\sqrt{r}$; $\mu = u + v\sqrt{r}$, причемъ будемъ имѣть тождественно $U = u$; $V = v$.

§ 10. Квадраторадикальный полиномъ M степени p будемъ называть *несократимымъ*, когда онъ неспособенъ дѣлиться безъ остатка ни на какой сходный съ нимъ полиномъ степени ниже p, но не ниже единицы. Въ частности цѣлый раціональный полиномъ M несократимъ, когда онъ не способенъ дѣлиться безъ остатка ни на какой зависящій отъ x цѣлый раціональный полиномъ степени ниже степени M. Биномъ $x - f$, гдѣ f есть квадраторадикальная функція, представляетъ примѣръ несократимаго квадраторадикальнаго полинома.

Когда уравненіе $M = x^p + a_1x^{p-1} + \dots + a_p = 0$ степени p сократимо, то полиномъ M имѣетъ дѣлителемъ сходный съ нимъ полиномъ $m = \alpha x^s + \alpha_1 x^{s-1} + \dots + \alpha_s$, коего степень $s < p$. Если $\mu = \beta x^t + \beta_1 x^{t-1} + \dots + \beta_t$ есть частное отъ дѣленія M на m, то

$$M = m\mu;\quad s + t = p;\quad \alpha\beta = 1.$$

Второе изъ этихъ равенствъ показываетъ, что степень одного изъ полиновъ m, μ не больше $\frac{p}{2}$. Изъ третьяго равенства усматриваемъ, что коэффиціенты высшихъ членовъ въ полиномахъ m, μ можемъ принять равными единицѣ, ибо, при $\alpha\beta = 1$, тождество $M = m,\ \mu$ можетъ быть написано въ видѣ $M = \frac{m}{\alpha} \cdot \frac{\mu}{\beta}$, гдѣ въ полиномахъ $\frac{m}{\alpha}$ и $\frac{\mu}{\beta}$ коэффиціенты высшихъ членовъ равны 1-цѣ. Уравненіе $M = 0$ распадается такимъ образомъ на два уравненія $\frac{m}{\alpha} = 0$, $\frac{\mu}{\beta} = 0$, изъ коихъ степень

одного не больше $\frac{1}{2}p$. Примѣняя послѣдовательно разложеніе полученныхъ уравненій на уравненія низшихъ степеней, необходимо придемъ къ несократимымъ уравненіямъ, поэтому можемъ сказать:

I. Если уравненіе $M=0$ степени p сократимо, то оно распадается на конечное число $q>1$ несократимыхъ сходныхъ съ $M=0$ уравненій

$$m_1=0;\ m_2=0;\ \ldots\ldots;\ m_q=0,$$

въ которыхъ коэффиціенты высшихъ членовъ равны 1-цѣ, а изъ показателей степеней только одинъ можетъ быть больше $\frac{1}{2}p$. Сверхъ того имѣемъ тождественно

$$M=m_1\,m_2\ldots\ldots m_q.$$

Чтобы опредѣлить сократимо ли данное квадраторадикальное уравненіе $M=x^p+a_1x^{p-1}+\ldots\ldots+a_p=0$, порядка n, полагаемъ

$$x^p+a_1x^{p-1}+\ldots\ldots+a_p=(x^s+\alpha_1x^{s-1}+\ldots\ldots+\alpha_s)\ (x^t+\beta_1x^{t-1}+\ldots\ldots+\beta_t),$$

гдѣ s не больше $\frac{1}{2}p$; $s+t=p$, а $\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_s.\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_t$ суть наиболѣе общія квадраторадикальныя функціи сходныя съ функціей M (§ 7, задача 1.). Каждая такая функція содержитъ 2^n раціональныхъ произвольныхъ количествъ. Сравнивая коэффиціенты при одинаковыхъ степеняхъ x въ предыдущемъ равенствѣ, получимъ p, уравненій, изъ коихъ каждое распадается на 2^n уравненій (§ 8, II). Если эта система $p.2^n$ уравненій, служащая для опредѣленія $p.\ 2^n$ произвольныхъ раціональныхъ количествъ, имѣетъ систему раціональныхъ рѣшеній, то уравненіе $M=0$ разлагается на два сходныхъ съ нимъ уравненія. Если-же ни при какомъ значеніи s, не превосходящемъ $\frac{1}{2}p$, система уравненій не имѣетъ системы раціональныхъ рѣшеній, то уравненіе $M=0$ несократимо. Такимъ образомъ всегда можемъ конечнымъ числомъ дѣйствій привести сократимое уравненіе къ несократимымъ. Въ частныхъ случаяхъ этотъ процесъ значительно сокращается *).

§ 11. Изъ опредѣленія несократимаго уравненія легко придти къ слѣдующимъ выводамъ:

I. Несократимое уравненіе $M=0$ не можетъ имѣть общаго корня со сходнымъ съ нимъ уравненіемъ $m=0$, если степень m ниже степени M, ибо, допустивъ противное, нашли-бы, что общій наибольшій дѣлитель D полиномовъ M и m зависитъ отъ x; что степень полинома D,

*) См. напримѣръ у Serret, Cours d'algèbre supérieure, T. I, p. 242 доказательство несократимости уравненій $(z^p-1):(z-1)=0$ и $(z^{p^\mu}-1):(z^{p^{\mu-1}}-1)=0$ при p простомъ числѣ.

не превосходя степени полинома m, меньше степени полинома M и что полиномъ D дѣлитъ M, будучи сходенъ съ M, чего допустить нельзя, когда M есть несократимый полиномъ.

II. Несократимое уравненіе $M=0$ не имѣетъ равныхъ корней, ибо, предположивъ, что уравненіе $M=x^p+a_1x^{p-1}+......+a_p=0$ имѣетъ хоть два корня, равныхъ h, пашли бы, что

$$x^p+a_1x^{p-1}+.....+a_p=\Theta(x-h)^2,$$

изъ Θ есть цѣлый полиномъ. Полагая здѣсь $x=y+h$ и развернувъ степени биномовъ лѣвой части по строкѣ Ньютона, получимъ

$$Py^2+\left[ph^{p-1}+(p-1)a_1h^{p-2}+(p-2)a_2h^{p-3}+....+a_{p-1}\right]y+$$
$$+(h^p+a_1h^{p-1}+....+a_p)=\Theta_1y^2,$$

гдѣ Py^2 есть совокупность членовъ лѣвой части, имѣющихъ множителемъ y^2, а Θ_1 есть то, во что перешло Θ отъ подстановки $y+h$ вмѣсто x. Такъ какъ послѣднее равенство существуетъ тождественно, то

$$h^p+a_1h^{p-1}+......+a_p=0;\ ph^{p-1}+(p-1)h^{p-2}+(p-2)h^{p-3}+.....+a_{p-1}=0,$$

слѣдовательно h удовлетворяетъ двумъ уравненіямъ:

$$x^p+a_1x^{p-1}+......+a_p=0;\ px^{p-1}+(p-1)x^{p-2}+(p-2)x^{p-3}+....+a_{p-1}=0.$$

Первое изъ нихъ несократимо по предположенію; второе сходно съ первымъ, будучи нисшей степени, чего по предыдущему допустить не можемъ, слѣдоват. и т. д.

III. Если несократимое уравненіе $M=0$ степени p имѣетъ общій корень со сходнымъ уравненіемъ той же степени p, то полиномы M и m тождественно равны. Дѣйствительно, общій наибольшій дѣлитель D полиномовъ M и m зависитъ отъ x и сходенъ съ M (§ 9, I). Степень полинома D очевидно не выше p, но она и не ниже p (§ 11, I), поэтому степень D равна p и по § 9, I имѣемъ тождественно $M=D=m$.

Слѣдствіе. Если два взаимно сходныхъ несократимыхъ уравненія $M=0$ и $m=0$ имѣютъ общій корень, то полиномы M и m тождественно равны, ибо по § 11, I степень одного изъ этихъ полиномовъ не можетъ быть ниже степени другого. Будучи-же равныхъ степеней, полиномы тождественно равны по § 11, III.

IV. Если одно изъ квадраторадикальныхъ уравненій $M=A+B\sqrt{r}=0$; $m=A-B\sqrt{r}$ несократимо, то и другое несократимо. Пусть, напримѣръ, уравненіе $A+B\sqrt{r}=0$ будетъ несократимо, между тѣмъ какъ $A-B\sqrt{r}=0$ есть сократимое уравненіе. Разлагая полиномъ $A-B\sqrt{r}$ на несократимые сходные съ нимъ множтели, получимъ тождественно (§ 10, I.).

$$A-B\sqrt{r}=(a+b\sqrt{r})\ (a_1+b_1\sqrt{r})......$$

По § 5 можемъ въ этомъ тождествѣ перемѣнить знакъ радикала $\sqrt{r}$, поэтому

$$A+B\sqrt{r}=(a-b\sqrt{r})\,(a_1-b_1\sqrt{r})\ldots\ldots\ldots$$

Каждый множитель второй части этого тождества зависитъ отъ x, ибо степени полиномовъ a, a_1,.... выше степеней соотвѣтствующихъ полиномовъ b, b_1,...., слѣдовательно уравненіе $A+B\sqrt{r}=0$ сократимо, чего мы не допускаемъ.

V. Если квадраторадикальное уравненіе $M=A+B\sqrt{r}=0$ несократимо, то несократимо и уравненіе $M_1=0$, гдѣ M_1 есть квадратъ модуля полинома M по внѣшнему радикалу $\sqrt{r}$. Пусть p будетъ степень полиномовъ M и A; степень полинома B ниже p, а такъ какъ

$$M_1=(A+B\sqrt{r})\,(A-B\sqrt{r})=A^2-B^2r,$$

то степень полинома M_1 равна $2p$; слѣдовательно, если $M_1=0$ есть сократимое уравненіе, то существуетъ сходное съ нимъ несократимое уравненіе $m_1=0$ степени $p_1\leqslant p$ (§ 10, I), котораго корни принадлежатъ уравненію $M_1=0$. Но такъ какъ это послѣднее распадается на два уравненія: $A+B\sqrt{r}=0$; $A-B\sqrt{r}=0$, изъ коихъ первое несократимо по допущенію, а второе—по § 11, IV, то одно изъ этихъ несократимыхъ уравненій имѣетъ общій корень съ уравненіемъ $m_1=0$, которое, будучи сходно съ уравненіемъ $M_1=0$, сходно также и съ каждымъ изъ уравненій $A+B\sqrt{r}=0$; $A-B\sqrt{r}=0$; слѣдовательно, степень p_1 полинома m_1 не можетъ быть меньше p, но въ такомъ случаѣ она равна p, и по § 11, III одно изъ равенствъ

$$m_1=A+B\sqrt{r}\,;\;m_1=A-B\sqrt{r}$$

существуетъ тождественно. Но радикалъ $\sqrt{r}$ неприводимъ къ радикаламъ группы m_1, A, B, r, ибо полиномъ m_1 сходенъ съ группой A, B, r и $A+B\sqrt{r}$ предполагается неприводимой функціей, слѣдовательно необходимо положить $B=0$ (§ 9, II), чего мы однако же не допускаемъ. Такимъ образомъ убѣждаемся въ томъ, что уравненіе

$$M_1=A^2-B^2r=0$$

несократимо. Замѣтимъ, что уравненіе $M_1=0$ удовлетворяется всѣми корнями уравненія $M=A+B\sqrt{r}=0$ и что порядокъ уравненія $M_1=0$, не содержащаго радикала $\sqrt{r}$, необходимо на одну или на нѣсколько единицъ меньше порядка уравненія $M=0$, смотря по тому, уничтожается ли въ произведеніи $(A+B\sqrt{r})\,(A-B\sqrt{r})$ только радикалъ $\sqrt{r}$, или вмѣстѣ съ нимъ исчезаютъ и нѣкоторые другіе радикалы.

VI. Если несократимое квадраторадикальное уравненіе $M_1=0$ степени $2p$ имѣетъ общій корень h съ уравненіемъ $M=A+B\sqrt{r}=0$ степени p, отличающимся отъ уравненія $M_1=0$ только однимъ радикаломъ $\sqrt{r}$, то уравненіе $M=0$ несократимо, и M_1 есть квадратъ модуля функціи M по радикалу $\sqrt{r}$.

Допустимъ, что уравненіе $M=0$ сократимо, и пусть $A_1+B_1\sqrt{r}=0$ будетъ сходное съ нимъ несократимое уравненіе степени p_1, удовлетворяющееся при $x=h$. Изъ предыдущаго предложенія слѣдуетъ, что уравненіе $A_1{}^2-B_1{}^2r=0$ степени $2p_1$ несократимо и удовлетворяется при $x=h$, такъ что взаимно-сходныя несократимыя уравненія $M_1=0$ и $A_1{}^2-B_1{}^2r=0$ имѣютъ общій корень h, откуда вытекаетъ (§ 11, III, слѣдствіе), что

$$M_1=A_1{}^2-B_1{}^2r;\ 2p=2p_1;$$

изъ равенства же $p_1=p$, согласно § 11, III, слѣдуетъ, что равенство

$$A+B\sqrt{r}=A_1+B_1\sqrt{r}$$

существуетъ тождественно, т. е. $A+B\sqrt{r}$ есть несократимый полиномъ. Сверхъ того, по § 9, II, имѣемъ тождественно $A_1=A$; $B_1=B$, поэтому

$$M_1=A_1{}^2-B_1{}^2r=A^2-B^2r,$$

что и требовалось доказать.

С. Шатуновскій (Одесса).

(Продолженіе слѣдуетъ).

Новый способъ выпрямленія окружности.

(Заимствовано изъ „Časopisu mathematiky a fysiky“ за 1892 годъ).

Построеніе основывается на томъ, что

$$\sqrt{10}=3{,}16227\ \ldots. > \pi$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{39}=3{,}12249\ \ldots. < \pi$$

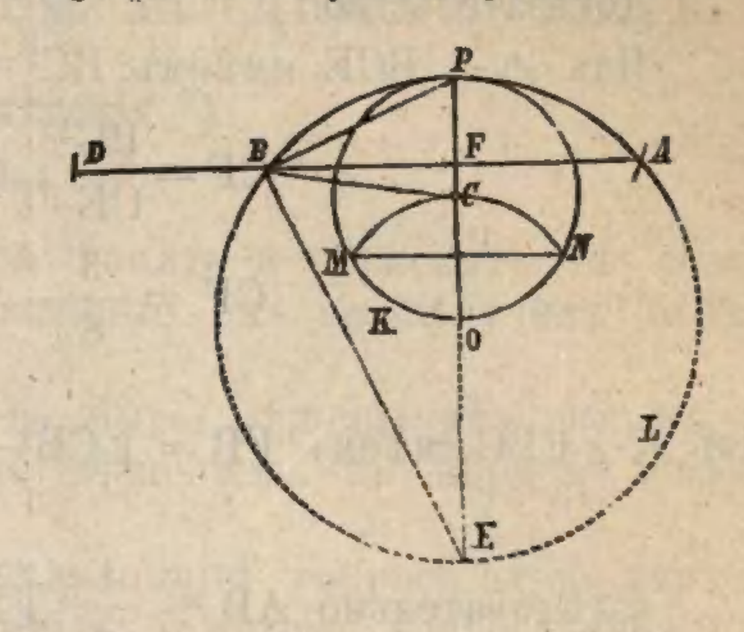
и, слѣд., π заключается между $\sqrt{10}$ и $\frac{1}{2}\sqrt{39}$.

Ариѳметическая средняя этихъ двухъ чиселъ равняется 3,14238.... и отличается отъ $\pi=3{,}14159$.... на 0,00079 ....

На этомъ основаніи, желая выпрямить окружность радіуса 1, строимъ двѣ прямыя, длины которыхъ были бы равны одной $\sqrt{10}$, а другой $\frac{1}{2}\sqrt{39}$; сумма этихъ линій и представитъ намъ приблизительно длину окружности.

Теперь покажемъ, какъ находить графически упомянутыя длины.

Пусть K (чер. 38) есть данная окружность, которую требуется выпрямить; центръ этой окружности C, а радіусъ принимаемъ за единицу.



Фиг. 38.

Изъ конца O діаметра OP пересѣкаемъ окружность радіусомъ $=1$ въ двухъ точкахъ M и N, потомъ изъ O описываемъ окружность L радіусомъ $OP=2$, и послѣднюю пересѣкаемъ изъ P радіусомъ, равнымъ MN въ точкахъ A и B.

Тогда $\overline{AB} = \frac{1}{2}\sqrt{39}$, а $\overline{BC} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$;

поэтому отложивъ $BD = BC$, находимъ DF, равную длинѣ полуокружности.

Доказательство:

Изъ прямоугольнаго $\triangle$-а BEP имѣемъ: $BP^2 = PE.PF$, откуда $PF = \frac{BP^2}{PE}$

$$PE = 2,\ BP = MN = \sqrt{3},\ \text{слѣд.}\ PF = \frac{3}{4}.$$

Изъ $\triangle$-а BFP имѣемъ: $BF = \sqrt{BP^2 - PF^2} = \sqrt{3 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{39}}{4}$,

слѣд.

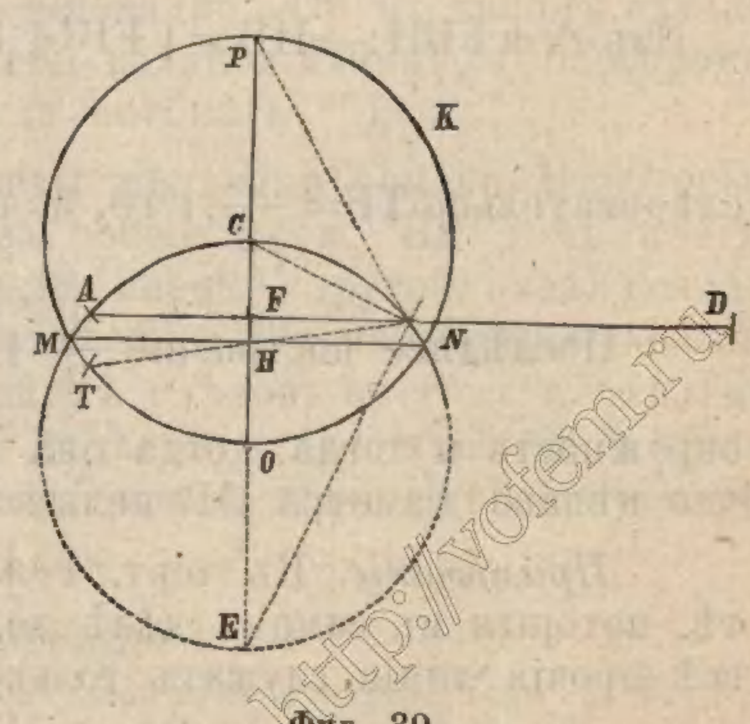
$$AB = \frac{1}{2}\sqrt{39}.$$

Наконецъ, изъ $\triangle$-а BCF имѣемъ: $BC = \sqrt{BF^2 + CF^2} = \sqrt{\frac{39}{16} + \left(1 - \frac{3}{4}\right)^2} =$

$$\sqrt{\frac{40}{16}} = \frac{1}{2}\sqrt{10},$$

что и требовалось доказать.

Когда радіусъ данной окружности большой, то можетъ случиться, что точки B и A не помѣстятся на чертежѣ. Въ такомъ случаѣ можно примѣнить другое, нѣсколько похожее построеніе (чер. 39).



Фиг. 39.

Изъ точки O какъ центра опишемъ окружность радіусомъ $= 1$ и разстояніемъ MH пересѣчемъ ее изъ центра C въ двухъ точкахъ A и B, такъ что $CA = CB = MH$.

Разстояніе $AB + BP$ представляетъ приблизительно длину полуокружности; поэтому отложивъ $BD = BP$, получаемъ $AD = \pi$.

Доказательство:

Изъ $\triangle$-а BCE имѣемъ: $BC^2 = CE.CF$, откуда

$$CF = \frac{BC^2}{CE}\text{; но } BC = \frac{\sqrt{3}}{2}\text{, а } CE = 2\text{; поэтому}$$

$$CF = \frac{3}{8}.$$

Изъ $\triangle$-а FBC имѣемъ: $FB = \sqrt{CB^2 - CF^2} = \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{9}{64}} = \sqrt{\frac{39}{64}} = \frac{1}{8}\sqrt{39}.$

Слѣдовательно $AB = \frac{1}{4}\sqrt{39}.$

Изъ $\triangle$-а FBP имѣемъ: $PB = \sqrt{FP^2 + FB^2} = \sqrt{\left(1\frac{3}{8}\right)^2 + \frac{39}{64}} =$

$$\sqrt{\frac{121+39}{64}} = \frac{1}{2}\sqrt{10}.$$

Слѣдовательно $AB + PB = AD = \frac{1}{4}\sqrt{39} + \frac{1}{2}\sqrt{10} = \pi.$

Для построенія линіи $\frac{1}{2}\sqrt{10}$ имѣемъ, впрочемъ, и другое средство. Отложивъ $OT = MH = CB$, получаемъ $TB = \frac{1}{2}\sqrt{10}.$

Доказательство:

$$FH = CH - CF = \frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$$

Изъ $\triangle$-а FBH: — $HB = \sqrt{FB^2 + FH^2} = \sqrt{\frac{39}{64} + \frac{1}{64}} = \sqrt{\frac{40}{64}} = \frac{1}{4}\sqrt{10},$

слѣдовательно $TB = \frac{1}{2}\sqrt{10}$, и поэтому $AB + BT = \pi$.

Послѣднее построеніе $\frac{1}{2}\sqrt{10}$ даетъ намъ возможность выпрямить окружность и тогда, когда она не вся помѣщается на чертежѣ, такъ что цѣлаго діаметра OP нельзя провести.

Примѣчаніе. Въ черт. 1 и 2 наведены сплошными линіями только тѣ, которыя въ самомъ дѣлѣ должны быть начерчены при построеніи; всѣ прочія линіи служатъ только для доказательства.

Ф. Коваржикъ (Полтава).

Свойства поверхностей жидкихъ тѣлъ.

Опыты и наблюденія *).

Долженъ ли человѣкъ отказаться понять и объяснить тѣ факты и тѣ интересующіе его вопросы, на которые онъ не получилъ отвѣта отъ своихъ учителей?

Если такіе вопросы не могутъ быть рѣшены имъ самимъ, то человѣкъ долженъ обратиться за ихъ рѣшеніемъ къ вѣрному своему учителю — природѣ.

На правильный, обдуманно поставленный вопросъ этотъ учитель никогда не замедлитъ точнымъ и вѣрнымъ отвѣтомъ; вопросъ, заданный природѣ, — есть опытъ.

Опыты и наблюденія, уже сдѣланные людьми, представляютъ собою великую науку о томъ, какъ нужно спрашивать природу и какъ понимать ея толкованія.

I. Поверхностная пленка.

1. Возьмемъ иголку и проведемъ ее нѣсколько разъ между пальцами. Тогда она покроется тонкимъ слоемъ жира и потому не будетъ болѣе смачиваться водою. Взявъ иглу между пальцами, спустимъ ее осторожно на поверхность воды. Послѣдняя представитъ собою какъ бы пленку, изогнувшуюся и натянутую подъ тяжестью иглы. — Пленка эта имѣетъ даже бо́льшую прочность, чѣмъ какая нужна для того, чтобы поддерживать иглу. Въ этомъ можно убѣдиться, бросивъ иглу на поверхность жидкости съ нѣкоторой высоты: если эта высота не велика, и игла при паденіи остается параллельной поверхности жидкости, то пленка все еще не будетъ прорвана, не смотря на то, что давленіе упавшей иглы болѣе вѣса ея.

Если поверхность иглы чистая, то вода будетъ ее смачивать, расплываясь по ней тонкимъ слоемъ. Очевидно, что въ такомъ случаѣ игла не можетъ лежать на поверхностной водяной пленкѣ, а, наоборотъ, пленка натянется поверхъ иглы, и игла потонетъ **).

2. Высыпемъ на поверхность воды желѣзныя опилки. Нѣкоторые кусочки потонутъ, другіе останутся на поверхности. На томъ мѣстѣ, гдѣ одинъ кусочекъ только что прорвалъ пленку, другой, падая вслѣдъ за первымъ, можетъ остаться на поверхности. Это наблюденіе показываетъ, что пленка не оставляетъ никакихъ слѣдовъ въ томъ мѣстѣ, гдѣ она была прорвана, и дѣлается снова цѣльной и сплошной въ тотъ самый моментъ, когда прорвавшій предметъ скрывается подъ поверхностью.

---

*) Составлено по Boys'-y, Van-der-Mensbrugghe и др.

**) Для этого опыта слѣдуетъ запастись пинцетомъ и налить воды въ блюдце. Если игла потонетъ, то ее достаютъ пинцетомъ со дна блюдца, вытираютъ до суха платкомъ, затѣмъ проводятъ между пальцами и повторяютъ опытъ снова, пока онъ удастся.

3. Всѣмъ извѣстны насѣкомыя, называемыя водомѣрками, которыя свободно бѣгаютъ по поверхности воды. Наблюдая ихъ движенія, мы невольно представляемъ себѣ, что поверхность воды покрыта какъ бы пленкой, гибкой и растяжимой подъ давленіемъ ножекъ, но достаточно прочной для того, чтобы, не прорываясь, выдерживать не только ихъ давленіе, но также и тѣ толчки, которые дѣлаетъ насѣкомое для своего передвиженія.

4. Сильный вѣтеръ поднимаетъ съ поверхности земли большія массы песку, но этотъ же вѣтеръ съ поверхности моря въ состояніи поднять сравнительно ничтожное количество водяныхъ частицъ. Понятно, что масса поднятыхъ водяныхъ частицъ была бы несравненно большей, если бы вода не была покрыта на своей поверхности пленкой, препятствующей разбрызгиванію и разсѣянію воды.

5. Пустой стекляный шарикъ соединяется металлическимъ стержнемъ съ небольшимъ квадратикомъ изъ металлической сѣтки (рис. 40). Снизу къ шарику подвѣшивается такой грузъ, чтобы при погруженіи въ воду шарика, сѣтка оставалась внѣ воды. Если теперь погрузить всю систему подъ воду и пустить, то сѣтка не выйдетъ уже болѣе изъ воды: она упирается снизу въ пленку на поверхности воды и не возвращается въ прежнее положеніе равновѣсія. Безъ сѣтки поплавокъ ныряетъ нѣсколько разъ, прежде чѣмъ установится въ прежнемъ положеніи. Если приподнять немного уголъ сѣтки, какъ бы разрывая пленку, то поплавокъ сейчасъ же поднимается до прежняго уровня. Понемногу уменьшая грузъ, мы достигнемъ того, что сѣтка прорветъ пленку и выйдетъ изъ воды. Положимъ тогда на нее гирьки въ такомъ количествѣ, чтобы, сѣтка снова достигла воды. Легко сообразить, что вѣсъ гирекъ будетъ равняться той силѣ, которая прорвала пленку. (Van der Mensbrugghe). *)



Фиг. 40.

Сравнивая этотъ опытъ съ первымъ, мы видимъ, что въ первомъ пленка была подъ иглой и игла стремилась прорвать ее давленіемъ внизъ. Игла поэтому должна была не смачиваться жидкостью. Въ послѣднемъ опытѣ, наоборотъ, пленка была натянута надъ сѣткой и сѣтка стремилась прорвать пленку давленіемъ вверхъ. Сѣтка поэтому должна была смачиваться жидкостью.

Извѣстно, что частицы всякой жидкости взаимно притягиваются. Притягательныя силы такого рода называются силами сцѣпленія, или

*) Для этого опыта можно взять пробку или зеркальный шарикъ изъ тѣхъ, которые вѣшаютъ на елку. Продѣвъ сквозь него проволоку (въ 1 mm. діаметромъ), заливаютъ дырочки вокругъ проволоки сургучемъ. На разстояніи нѣсколькихъ сантиметровъ надъ шарикомъ припаиваютъ перпендикулярно къ проволокѣ квадратикъ изъ тонкой сѣтки, а подъ шарикомъ къ проволокѣ прикрѣпляютъ кусочекъ свинца такого вѣса, чтобы сѣтка едва погружалась въ воду. Затѣмъ понемногу подскабливаютъ кусочекъ свинца до тѣхъ поръ, пока сѣтка будетъ выпираться изъ воды, не прорывая поверхностной пленки. Размѣры прибора не имѣютъ значенія. Верхній конецъ проволоки долженъ выдаваться надъ сѣткой: онъ служитъ ручкой прибора.

частичными молекулярными силами; природа ихъ намъ неизвѣстна, но существованіе ихъ несомнѣнно. Эти силы дѣйствуютъ на небольшомъ разстояніи и уничтожаются взаимно внутри жидкости,—ибо внутри всякая частица жидкости одинаково притягивается во всѣ стороны. — Но на поверхности всякая частица притягивается только внизъ, а потому дѣйствіе частичныхъ силъ, незамѣтное внутри жидкости, обнаруживается на ея поверхности. Дѣйствіе этихъ силъ здѣсь проявляется въ такой формѣ, какъ будто-бы мы имѣли дѣло съ пленкой, покрывающей поверхность жидкости.—Такая пленка, какъ мы видѣли во 2-мъ опытѣ, отличается отъ обыкновенныхъ пленокъ прежде всего тѣмъ, что мгновенно возстановляется послѣ прорыва.

6. Въ 5-омъ опытѣ мы пользовались сѣткой изъ чистой металлической проволоки, которая легко смачивается водою. Извѣстно много веществъ, которыхъ вода не смачиваетъ, такъ сказать, не касается ихъ, напр., парафинъ: парафиновая свѣча вынимается изъ воды сухою.

Возьмемъ металлическое ситечко съ отверстіями въ толщину иглы средней величины, и покроемъ его проволочки парафиномъ такъ, чтобы всѣ отверстія его въ то же время оставались свободными. Если теперь въ ситечко влить воду, то пленка обтянетъ всѣ отверстія ситечка и вода должна будетъ прорвать пленку, чтобы пройти сквозь отверстія. Чтобы устранить ударъ воды при вливаніи, можно положить на дно ситечка листъ бумаги и, вливши воду, вынуть его; вода останется въ ситѣ. Но стоитъ только встряхнуть сито (къ вѣсу воды прибавить силу инерціи ея отъ толчка)—какъ оно будетъ быстро опорожнено. Такимъ образомъ нѣтъ ничего легче какъ „носить рѣшетомъ воду"—для этого стоитъ только воспрепятствовать водѣ смачивать сѣтку. Подобнымъ же образомъ можно вскипятить воду въ сосудѣ, дно котораго сдѣлано изъ довольно рѣдкой, несмачивающейся ткани *).

7. Ситечко, употреблявшееся въ предъидущемъ опытѣ для наполненія водою, можно спустить на воду и оно будетъ плавать какъ лодочка. Такая лодочка можетъ быть нагружена значительной тяжестью.

8. Съ той же лодкой можно сдѣлать интересный опытъ, показы-

---

*) Сито можно приготовить слѣдующимъ образомъ. Вырѣзывается кружокъ въ 20 ст. діаметромъ изъ мѣдной сѣтки съ отверстіями около одного миллиметра. Кружокъ этотъ кладется на основаніе деревянаго цилиндра въ 15 ст. діаметромъ, который долженъ служить болванчикомъ. (Конечно, эти цифры 20 и 15 — не обязательны, но болѣе удобны; что же касается отверстій сѣтки, то онѣ не могутъ быть болѣе одного миллиметра, чтобы опытъ удался). Края кружка понемногу отгибаются внизъ, что при нѣкоторомъ вниманіи къ дѣлу удастся сдѣлать безъ складокъ; дно должно сохранить плоскимъ.—Такимъ образомъ получится опрокинутая проволочная чашка. — Ея края крѣпко прижимаются толстой проволокой, которая можетъ быть привязана или обогнута краемъ сѣтки. — Парафинъ слѣдуетъ нагрѣть въ водяной банѣ. — Когда парафинъ растопится, ситечко, снятое съ болвана, обмакивается въ него и затѣмъ слегка ударяется о край стола, чтобы освободить его отверстія. Пока парафинъ не застынетъ, слѣдуетъ ситечко держать дномъ кверху, не прикасаясь къ нему руками. Неровности парафина ни въ какомъ случаѣ нельзя сглаживать руками; лучше неудавшуюся операцію покрыванія парафиномъ повторить еще разъ снова, продержавъ ситечко въ парафинѣ до тѣхъ поръ, пока застывшій неудачный слой его не растопится совершенно. — При этихъ операціяхъ слѣдуетъ подостлать листъ бумаги для брызгъ парафина.

вающій ея преимущество передъ обыкновенными лодками. Именно, въ нее можно влить сколько угодно воды (съ нѣкоторой осторожностью), не рискуя затопить ее. Жидкость пройдетъ въ отверстія и соединится съ внѣшней водой.

9. Опустимъ въ воду пустой стаканъ, положивъ на его дно какой-либо грузъ и будемъ увеличивать этотъ грузъ до тѣхъ поръ, пока края стакана сравняются съ поверхностью воды. Если продолжать увеличеніе груза, то стаканъ погрузится подъ поверхность воды, но стремленіе жидкости влиться въ стаканъ будетъ удержано пленкой, которая образуетъ въ данномъ случаѣ выпуклую поверхность, начинающуюся отъ тѣхъ частицъ жидкости, которыя пристали къ краямъ стакана. Пленка составляетъ какъ бы продолженіе стѣнокъ стакана, который такимъ образомъ увеличивается въ вышину, вытѣсняетъ большій объемъ жидкости и требуетъ поэтому большаго вѣса для своего погруженія.

К. Чернышевъ (Юрьевъ).

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

О постановкѣ преподаванія черченія и задачахъ, преслѣдуемыхъ имъ.

Замѣтка, вызванная рецензіей г. Даниловскаго *).

Въ ноябрьской книгѣ „Педагогическаго Сборника" за 1892 годъ помѣщена рецензія г. Даниловскаго о составленной и изданной мной „Школѣ техническаго черченія". Первая часть этой рецензіи не представляетъ особаго интереса; вторая же часть ея заслуживаетъ серьезнаго вниманія, какъ вслѣдствіе важности затронутаго вопроса, такъ и въ виду тѣхъ далеко не желательныхъ результатовъ, какіе можетъ повлечь за собой принятіе совѣтовъ рецензента. Въ силу этого я счелъ необходимымъ выяснить этотъ вопросъ, на сколько онъ касается „Школы техническаго черченія" и вообще постановки преподаванія этого предмета въ реальныхъ училищахъ.

Г. Даниловскій говоритъ:

„О чертежныхъ перьяхъ въ руководствѣ не упоминается совсѣмъ и понятно почему (стр. 477, строка 16 сверху). Всѣ чертежи авторъ выполняетъ помощью рейсфедера, треугольника, линейки и кронциркуля. Заливать тушью площади тѣхъ или другихъ размѣровъ рекомендуется производить рейсфедеромъ или кистью, штриховку дѣлать рейсфедеромъ; имъ же чертить рядъ прямыхъ линій, послѣдовательно измѣняющихся въ толщинѣ. Для послѣднихъ работъ въ руководствѣ предлагается даже такой рейсфедеръ, на головкѣ винта котораго помѣщено десять равно отстоящихъ другъ отъ друга дѣленій, при помощи которыхъ весьма легко соразмѣрять повороты уравнительнаго винта и такимъ образомъ совершенно механически придавать линіи надлежащую толщину. Для исполненія чертежей не только сложныхъ, но и весьма простыхъ, по сѣти квадратовъ, совѣтуется предварительно дѣлать чертежи совершенно точно карандашемъ, а потомъ уже вычерчивать тушью при помощи рейсфедера, треугольника, линейки и кронциркуля. *По моему мнѣнію, это безусловно неправильно*".

---

*) Эта замѣтка была отправлена въ редакцію „Педагогическаго Сборника" съ просьбой напечатать ее въ ближайшемъ нумерѣ, но редакторъ почему-то счелъ неудобнымъ помѣстить ее въ Сборникѣ. Вслѣдствіе этого я обратился съ подобной же просьбой къ редактору Вѣстн. Оп. Физ. и Элем. Мат., который любезно предоставилъ мнѣ право воспользоваться тѣмъ, въ чемъ отказала мнѣ редакція „Педагогическаго Сборника".

„Обученіе черченію должно *начинаться перомъ отъ руки* тушью, въ той последовательности, какъ предлагаетъ авторъ, т. е. начиная съ прямыхъ линій сплошныхъ, разрывныхъ, пунктирныхъ, притомъ различной толщины, постепенно переходя отъ тонкихъ линій къ толстымъ и обратно, въ различныхъ направленіяхъ, затѣмъ начинать вычерчивать болѣе сложныя фигуры, состоящія изъ сочетанія прямыхъ линій, и переходить къ штриховкѣ".

„Всѣ эти работы должны быть *выполняемы безъ предварительнаго вычерчиванія карандашемъ*, вопреки требованію автора „Школы техническаго черченія", особенно если чертежи выполняются по клѣткамъ. Переходя къ вычерчиванію кривыхъ разна о рода, круговыхъ линій и ихъ сочетаній, т. е., къ построенію болѣе сложныхъ чертежей, конечно, надо ихъ сперва вычертить карандашемъ тщательно, *а по карандашу чертить перомъ отъ руки. Работы перомъ* сообщаютъ твердость рукѣ и развиваютъ глазомѣръ. *Работы же рейсфедеромъ при помощи линейки и треугольника и кронциркулемъ къ конечной цѣли не ведутъ.* Правда, онѣ развиваютъ до нѣкоторой степени глазомѣръ, но *не даютъ твердости руки, столь необходимой для каждаго чертежника*".

„Не отрицая пользы работъ рейсфедеромъ и кронциркулемъ въ видахъ пріобрѣтенія навыка учащимся владѣть этими инструментами, *я считаю, что эти работы имѣютъ значеніе второстепенное и имъ должны предшествовать работы перомъ*".

„Нельзя не согласиться съ авторомъ руководства (стр. 479, строка 12 снизу), что всѣ эти предлагаемыя имъ упражненія вырабатываютъ въ учащемся навыкъ владѣть рейсфедеромъ, треугольникомъ, линейкой, винкелемъ, циркулемъ, масштабомъ, кронциркулемъ, приучаютъ ученика къ употребленію сѣти квадратовъ и знакомятъ съ размѣткой чертежа. *Къ этому я прибавлю, что если при всѣхъ этихъ упражненіяхъ на первомъ планѣ поставить работу перомъ, то можно выучиться хорошо чертить*".

На основаніи приведенной выписки и въ особенности подчеркнутыхъ мѣстъ ея легко прійти къ заключенію, что г. Даниловскій взялся не за свое дѣло; высказанный имъ взглядъ не только *„безусловно неправиленъ"*, но абсолютно невѣренъ, указываетъ на полное непониманіе назначенія черченія и конечныхъ цѣлей, преслѣдуемыхъ имъ. Г. Даниловскій проповѣдуетъ изгнаніе черченія изъ круга предметовъ, преподаваемыхъ въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ, и замѣну его рисованьемъ, не сознавая той отвѣтственности, какая падаетъ на него. Такое отношеніе къ дѣлу, на мой взглядъ, объясняется непониманіемъ тѣхъ границъ, которыя естественнымъ путемъ устанавливаются между этими двумя отраслями графическихъ искусствъ.

Само собой понятно и очевидно, что назначеніе и пріемы преподаванія этихъ двухъ отраслей знанія находятся въ прямой зависимости отъ тѣхъ требованій, какія предъявляются къ нимъ практикой, такъ какъ главное назначеніе ихъ, какъ прикладныхъ знаній, и состоитъ въ удовлетвореніи жизненныхъ потребностей человѣка. Отсюда ясно, что тѣ границы, которыя должны отдѣлять черченіе отъ рисованія, опредѣляются практическимъ назначеніемъ ихъ, т. е. вытекаютъ изъ тѣхъ конечныхъ результатовъ, какіе предъявляются къ нимъ. Чѣмъ опредѣленнѣе установлены эти границы, тѣмъ яснѣе и опредѣленнѣе кругъ дѣятельности преподавателя и тѣмъ рельефнѣе выдѣляется самый объектъ преподаванія.

Въ виду сказаннаго для большей опредѣленности и ясности послѣдующаго является необходимость прежде всего выяснить существенныя и отличительныя черты рисованія и черченія и на основаніи этого установить границы между ними, что имѣетъ весьма серьезное значеніе вопервыхъ потому, что взглядъ г. Даниловскаго не единичный, а вовторыхъ неясное пониманіе границъ вноситъ путаницу въ терминологію и даетъ другіе весьма нежелательные результаты.

Изображеніе какого либо предмета на бумагѣ или на другомъ матеріалѣ можетъ быть выполнено различными путями въ зависимости отъ тѣхъ требованій, для которыхъ оно предназначается.

Къ изображенію обыкновенно предъявляются два требованія:

1) оно должно производить въ наблюдателѣ впечатлѣніе предмета, съ котораго оно получено.

2) оно должно давать возможно полное и всестороннее понятіе не только о формѣ предмета, его составныхъ частяхъ, но и заключать въ себѣ всѣ данныя для точнаго, математически вѣрнаго опредѣленія всѣхъ входящихъ въ него частей и элементовъ ихъ.

Въ первомъ случаѣ на первый планъ выдвигается иллюзія впечатлѣнія; чѣмъ впечатлѣніе отъ изображенія ближе подходитъ къ дѣйствительности, чѣмъ оно вѣрнѣе передаетъ форму и характерныя особенности предмета, тѣмъ оно лучше. Въ этомъ и заключается главнѣйшее и основное требованіе, предъявляемое къ изображеніямъ перваго рода.

Однако же по такому изображенію невозможно возстановить самый предметъ, то есть невозможно создать его въ такомъ видѣ, какой онъ имѣлъ въ моментъ нанесенія его на полотно или бумагу, съ сохраненіемъ всѣхъ деталей и размѣровъ его частей, даже и въ томъ случаѣ, когда природа предмета допускаетъ это.

Изображенія второго рода даютъ всѣ данныя для перехода отъ изображенія (чертежа) къ самому предмету и наоборотъ; по изображенію возможно воспроизвести его въ томъ видѣ, какой онъ имѣлъ въ дѣйствительности до мельчайшихъ подробностей и съ соблюденіемъ всѣхъ дѣйствительныхъ размѣровъ. Это требованіе играетъ существенную и первенствующую роль въ изображенія второго рода Иллюзія впечатлѣнія замѣняется воображеніемъ, дополняющимъ и освѣщающимъ изображеніе.

Чтеніе рисунка перваго рода доступно всякому; чтеніе же изображенія второго рода требуетъ большого навыка, знанія, пріобрѣтаемаго путемъ продолжительной подготовки, развитія воображенія на столько, чтобы читающій чертежъ могъ нарисовать въ своемъ воображеніи не только самый предметъ, но даже мысленно проникнуть чрезъ непроницаемыя для глаза оболочки и видѣть какъ скрытыя за ними части, такъ и размѣры предмета и всѣхъ его видимыхъ и скрытыхъ частей.

Само собой понятно, что для достиженія этого требуется спеціальная подготовка, пріобрѣтаемая съ одной стороны путемъ изученія нѣкоторыхъ отдѣловъ прикладной математики, съ другой путемъ выработки практическихъ пріемовъ, служащихъ для нанесенія на бумагу конечныхъ результатовъ добытыхъ познаній въ формѣ чертежа, при помощи котораго добытые результаты легко могутъ быть облечены въ осязаемую форму въ видѣ зданія, машины и т. п.

Изображенія перваго рода составляютъ предметъ рисованія; изображенія второго рода – предметъ черченія или, лучше сказать, конечную его цѣль.

Мнѣ кажется, что изъ сказаннаго легко уловить ту громадную разницу, которая должна существовать между требованіями, предъявляемыми къ этимъ двумъ отраслямъ графическихъ искусствъ.

Само собой понятно, что средства, орудія и пріемы, служащіе для полученія изображеній путемъ рисованія и черченія, должны быть различны и должны вытекать непосредственно изъ требованій, предъявляемыхъ къ нимъ.

Если изображеніе должно производить впечатлѣніе предмета и только, то художникъ можетъ пользоваться для этого какими угодно доступными средствами, лишь бы конечная цѣль была достигнута.

Такъ какъ ему приходится выражать самыя прихотливыя и разнообразныя очертанія, встрѣчающіяся въ природѣ, то онъ долженъ подготовить свой глазъ улавливать эти очертанія, а руку—переносить ихъ на полотно, бумагу и т. п. притомъ не въ томъ видѣ, въ какомъ они встрѣчаются въ природѣ; а въ томъ, какими ихъ видитъ глазъ въ зависимости отъ направленія луча зрѣнія, разстоянія, освѣщенія и т. п.

Подчинить изображенія очертаній какимъ либо механическимъ операціямъ абсолютно невозможно, въ особенности если задаться цѣлію свести ихъ до возможнаго минимума; иначе говоря, придумать такіе инструменты или приборы, помощью которыхъ возможно было бы производить построеніе всѣхъ тѣхъ контуровъ, съ которыми приходится имѣть дѣло художнику, немыслимо, а потому остается единственное средство—пріучить руку свободными нестѣсненными перемѣщеніями воспроизводить эти контуры. Отсюда ясно, почему отъ художника требуютъ развитія глаза и твердости руки.

Совсѣмъ другія требованія предъявляются къ чертежнику.

Такъ какъ всякій чертежъ, будетъ ли онъ простъ или очень сложенъ, долженъ давать всѣ необходимыя данныя для перехода отъ него къ дѣйствительному предмету, то всѣ его контуры должны имѣть опредѣленную, законченную, вполнѣ правильную, геометрически точную форму. Достигнуть такой математической точности и вѣрности тѣми средствами, какими располагаетъ рисованіе, т. е. глазомъ и

рукой, немыслимо въ силу физическаго несовершенства ихъ, а потому работа отъ руки на глазъ ни въ какомъ случаѣ не можетъ привести къ желаемому результату.

Вотъ почему техника позаботилась выработать такіе инструменты, которые даютъ средства направлять движенія руки (чертящаго прибора) такъ, чтобы получаемая линія имѣла вполнѣ опредѣленное, подчиненное математическимъ законамъ очертаніе, которое можно повторять десятки, сотни разъ, нисколько не нарушая этой строгой опредѣленности. Такіе инструменты принято называть чертежными; къ нимъ относятся линейка съ ея видоизмѣненіями (угольникъ, рейшикъ, лекалъ), рейсфедеръ (чертежное перо) циркуль, кронциркуль и другіе, менѣе употребительные и имѣющіе болѣе спеціальное назначеніе инструменты.

При помощи этихъ немногихъ инструментовъ возможно производить всѣ операціи, служащія для построенія самыхъ сложныхъ техническихъ чертежей. Это объясняется тѣмъ, что въ техникѣ, къ какой бы отрасли прикладныхъ знаній она не относилась, встрѣчаются линіи: прямая, окружность круга, кривыя второго порядка, кривыя класса циклоидъ и спиралей; всѣ остальныя, законы образованія которыхъ не извѣстны или же слишкомъ сложны, устраняются или употребляются въ исключительныхъ случаяхъ ■ тогда ихъ вычерчиваютъ при помощи спеціально изготовленныхъ лекаловъ или же вычерчиваютъ перомъ отъ руки; въ послѣднемъ случаѣ онѣ переходятъ въ область рисованія.

Изъ сказаннаго можно вывести такое заключеніе: во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, гдѣ предметъ, производящій изображеніе, движется подъ вліяніемъ свободнаго, ничѣмъ не стѣсненнаго перемѣщенія руки, воспроизводящей впечатлѣніе, выносимое глазомъ отъ наблюдаемаго предмета,—тамъ мы имѣемъ дѣло съ рисованіемъ; если же производящій очертаніе предметъ движется по какой либо направляющей (линейка, лекалъ) или подъ вліяніемъ управляющаго его движеніями инструмента (кронциркуль), то мы имѣемъ дѣло съ черченіемъ.

Тотъ, кто согласится съ только что сказаннымъ, пойметъ всю несостоятельность и нелѣпость взгляда г. Даниловскаго.

Для человѣка, уяснившаго существенную разницу между черченіемъ и рисованіемъ, не можетъ быть рѣчи о смѣшеніи этихъ двухъ обособленныхъ отраслей графическихъ искусствъ; вопросъ о выборѣ средствъ и пріемовъ для выполненія рисунка и чертежа опредѣляется самъ собой. Никто не станетъ чертить пейзажа или бытовой картины; точно также ни одинъ чертежникъ не станетъ работать перомъ отъ руки при выполненіи какого бы то ни было техническаго чертежа. Такой чертежъ въ окончательной отдѣлкѣ отъ начала до конца долженъ быть выполненъ при помощи чертежныхъ инструментовъ съ должной тщательностью, точностью; каждая линія должна быть совершенно тождествена всѣмъ однороднымъ ей, должна во всѣхъ своихъ частяхъ имѣть одинаковую толщину, цвѣтъ и т. д.

Само собой понятно, что удовлетворить этимъ основнымъ требованіямъ не можетъ работа отъ руки, а если такъ, то пріемы и подготовительныя работы должны быть совсѣмъ не тѣ, какіе рекомендуетъ г. Даниловскій.

Г. Рябковъ (Одесса).

(*Окончаніе слѣдуетъ*).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Опредѣленіе солнечной постоянной (C. R. CXII. 1200). Г. Савельевъ, прилагая къ своимъ наблюденіямъ 26 дек. 1890 г. формулы Крова, получилъ для солнечной постоянной семь значеній, среднее изъ которыхъ 3^{cal}, 589. Этотъ результатъ значительно разнится отъ числа 3^{cal}, полученнаго Ланглеемъ при помощи болометра. Авторъ думаетъ, что причиной этого было почти полное отсутствіе паровъ воды и атмосферной пыли въ моментъ его наблюденія. *П. П.*

Опредѣленіе молекулярнаго вѣса въ критической точкѣ. (C. R. CXII. 1257) P. Guye. Если обозначимъ черезъ π, Θ и φ давленіе (въ атмосферахъ), абсолютную температуру и удѣльный объемъ для критической точки, то критическая плотность относительно воздуха при 0^0 и 1 атм. имѣетъ значеніе

$$d = \frac{p\,\Theta}{F\varphi\pi \times 273 \times 0{,}001293},$$

гдѣ F линейная функція абсолютной критической температуры. Авторъ также даетъ формулу

$$d = 1146\,\frac{\delta\Theta}{\pi(1070+\Theta)},$$

гдѣ δ критическая плотность относительно воды.

Въ работѣ приведены нѣкоторыя подтвержденія этой формулы.

П. П.

Явленіе сверкающей оболочки. Давно уже замѣчено, что если погрузить въ электролитъ отрицательнымъ электродомъ тонкую металлическую проволоку, а за положительный взять металлическую пластинку большой поверхности, то при пропусканіи достаточно сильнаго тока вокругъ отрицательнаго электрода образуется сверкающая оболочка. Это явленіе изслѣдовано Лагранжемъ и Гого.

Замѣчательно то обстоятельство, что если окружить часть проволоки непроводящимъ экраномъ, то защищенная часть не нагрѣвается, между тѣмъ какъ остальная проволока (погруженная въ жидкость) весьма быстро раскаляется. Интересенъ слѣдующій опытъ: если раздѣлить желѣзный стержень длиною въ 1 дец. и діаметромъ въ 1 цм. на десять равныхъ частей, то возможно нагрѣть напр. только четные сантиметры и они могутъ быть доведены до температуры плавленія, прежде чѣмъ значительно нагрѣются нечетные. Замѣтили еще, что нагрѣваніе происходитъ только на поверхности, такъ что, прекративъ токъ, можно закалить только наружный слой металла, внутренній же останется безъ измѣненія („Электричество“). *П. П.*

Отношеніе различныхъ породъ деревьевъ къ молніи различно, какъ показали опыты Жонеско, произведенные съ машиною Гольца. На дубовую полоску искра соскакиваетъ послѣ 1 — 3 оборотовъ колеса, на ивовую или тополевую — послѣ 5 — 6, на буковую — послѣ 12 — 20. Орѣхъ, липа, береза, вообще всѣ деревья, богатыя камедью, вызываютъ искры скорѣе остальныхъ. Живыя деревья скорѣе поражаются, нежели уже высохшія. Въ 1879 — 1885 гг. въ Липпе, въ большомъ лѣсу, содержащемъ 11% дубовъ, 70% буковъ, 13% пихтъ и 6% елей оказалось разбитыхъ молніей 159 дубовъ, 21 букъ, 20 пихтъ, 59 елей и 21—другихъ породъ. Слѣдовательно укрыться во время грозы подъ букомъ далеко безопаснѣе, чѣмъ подъ елью или дубомъ, и если опасность нахожденія подъ буковымъ деревомъ принять за единицу, то опасность нахожденія подъ пихтой выразится числомъ 5, подъ елью—33 и подъ дубомъ — 47. *В. Г.*

Изслѣдованіе качества свѣтовыхъ источниковъ при помощи дохроическихъ растворовъ. По этому вопросу Н. П. Слугиновъ сдѣлалъ недавно сообщеніе въ Физико-Математическомъ Обществѣ при Казанскомъ Университетѣ. Онъ замѣтилъ, что зеленый водный растворъ хромовыхъ квасцевъ кажется краснымъ, если яркіе солнечные лучи проходятъ черезъ толстый слой раствора. Спектроскопическое изслѣдованіе показало, что растворъ хорошо пропускаетъ лучи красные (красная полоса хотя и тонкая, но весьма яркая), зеленые и голубые и поглощаетъ оранжевые, желтые, прилежащую къ нимъ небольшую часть зеленыхъ (желто-зеленые) и фіолетовые лучи. Смотря на дневной свѣтъ черезъ тонкій слой раствора, онъ кажется зеленымъ; также зеленымъ кажется онъ въ проходящихъ лучахъ магніеваго свѣта; если же смотрѣть на газовую лампу, то онъ кажется краснымъ; если взять еще болѣе тонкій слой, то онъ кажется на газовомъ свѣтѣ фіолетовымъ. Слѣдовательно магніевый и дневной свѣтъ болѣе богаты зелеными и голубыми лучами, чѣмъ газовый.

На засѣданіи были произведены Н. П. Слугиновымъ соотвѣтствующіе опыты.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Образующійся въ лампахъ накаливанія черный налетъ обусловливается, какъ можно думать, присутствіемъ ртутныхъ паровъ, переходящихъ въ лампу изъ ртутнаго насоса при выкачиваніи изъ нея воздуха. Въ Америкѣ было замѣчено, что тѣ лампы, въ которыхъ пустота образована помощью ртутнаго насоса, чернѣли гораздо больше лампъ, приготовленныхъ съ механическими помпами. Черный налетъ вреденъ не только тѣмъ, что задерживаетъ часть свѣта, но и тѣмъ, что на образованіе его идутъ частички уголька, который дѣлается вслѣдствіе того меньше однороднымъ, менѣе прочнымъ и даетъ меньше свѣта.

Литокарбонъ — новый минералъ, открытый недавно на юго-западѣ Техаса. Выдѣленный бензиномъ изъ природнаго вещества, онъ представляетъ блестящую черную массу. По изслѣдованіямъ проф. Гамильтона это лучшій изъ извѣстныхъ до сихъ поръ изоляторовъ для кабельныхъ проводовъ.

Телеграфъ отъ Капштадта до Каира, т. е. черезъ весь Африканскій континентъ, будетъ проведенъ въ скоромъ времени. Уже составилось общество „African Transcontinental Telegraph Company“ съ капиталомъ въ 10 милліоновъ франковъ для устройства этой линіи почти въ 5000 километровъ длины. Она пройдетъ черезъ Замбези до озеръ Танганійка, Ніасса, по территоріямъ Конго, Уганда, Египетскій Суданъ и будетъ связана съ англо-египетской телеграфной сѣтью.

Недавно по одному изъ кабелей, соединяющихъ Европу съ Америкой былъ полученъ въ Нью-Іоркѣ отвѣтъ изъ Лондона черезъ $10^1/_2$ минутъ послѣ запроса.

Между Бостономъ и Чикаго, т. е. на разстояніи около 1800 верстъ, открыто недавно телефонное сообщеніе.

Въ лабораторіи Эдисона были произведены опыты надъ физіологическимъ дѣйствіемъ сильныхъ электромагнитовъ. Магнитомъ служила арматура динамомашины. Наблюденія надъ собакой, остававшейся 5 часовъ въ сильномъ магнитномъ полѣ, и надъ людьми привели къ заключенію, что сильнѣйшіе магниты, извѣстные до сихъ поръ, не оказываютъ замѣтнаго вліянія на организмъ.

СМѢСЬ.

Засохшіе каучуковые предметы можно сдѣлать снова мягкими и эластичными, если ихъ положить на полчаса въ смѣсь изъ двухъ частей воды и одной части нашатырнаго спирта.

Гравированіе электричествомъ на стеклѣ. На стеклянную пластинку наливаютъ концентрированный растворъ каліевой селитры, который соединяютъ затѣмъ съ однимъ полюсомъ баттареи. Если водить по стеклу платиновой проволокой, соединенной съ другимъ полюсомъ баттареи, то на немъ подъ проволокой происходитъ разъѣданіе.

Платинированіе стекла. Смѣшать хлорную платину съ лавендовой эссенціей (А), затѣмъ стереть вмѣстѣ лавендовое масло, бористый свинецъ и окись свинца (В). *А* и *В* смѣшивается въ тѣсто, которое тонко и равномѣрно наносится на стекло; послѣ просушки оно нагрѣвается въ печкѣ до слабаго красно-калильнаго жара.

Введеніе двухъ газовыхъ трубокъ въ флаконъ съ узкимъ горломъ. Если горло бутылки слишкомъ узко, чтобы въ нее можно было ввести двѣ трубки, то въ пробкѣ бутылки укрѣпляется нижняя часть трубчатаго тѣла, имѣющаго форму ⊢, затѣмъ по вертикальному направленію черезъ это тѣло вставляется въ бутылку стеклянная трубка нѣсколько меньшаго діаметра, а горизонтальная часть тѣла соединяется съ другой трубкой, по которой газъ отводится изъ бутылки. Чтобы газъ не могъ выдти изъ бутылки между вертикальной стекляной трубкой и вертикальной частью тѣла, на эту часть тѣла надѣвается гуттаперчевая трубка, плотно обхватывающая и стеклянную трубку.

Полученіе вполнѣ чистой ртути. Газопроводная трубка, около 2 метровъ длиной, перегибается въ срединѣ такъ, чтобы колѣна трубки составляли другъ съ другомъ острый уголъ; послѣ этого трубка наполняется чистой ртутью и осторожно опускается однимъ концемъ въ одинъ (А), а другимъ въ другой сосудъ (В). Въ перегибѣ образуется тотчасъ же торричелева пустота. Наливъ въ сосудъ А ртуть, которую требуется очистить, и нагрѣвая верхнюю часть ртути (т. е. трубку) въ колѣнѣ, опущенномъ въ сосудъ *А*, мы заставимъ такимъ образомъ ртуть дистиллироваться и переходить въ сосудъ *В*.

Способъ серебренія стекла. Растворяются въ эквивалентныхъ количествахъ: 1) азотносеребряная соль и амміакъ въ водѣ, 2) азотносеребряная соль и виннокислый натрій-калій. Очищенное стекло намачивается первымъ растворомъ и поливается жидкостью, полученной непосредственно передъ серебреніемъ смѣшеніемъ равныхъ частей первой и второй смѣси. Нагрѣванія при этомъ не требуется.

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Кіевское Физико-Математическое Общество *).

2-е очередное засѣданіе (11-го февраля 1893 года). Предсѣдатель Н. Н. Шиллеръ.

Сообщеніе:

Н. Н. Шиллеръ—„Объ электромагнитной теоріи свѣта".

Въ члены Общества предложенъ Г. И. Челпановъ; предложили Б. Я. Букрѣевъ и Н. Н. Шиллеръ.

3-е очередное засѣданіе (15 февраля 1893 года). Предсѣдатель Н. Н. Шиллеръ.

Сообщенія:

1) *Я. П. Мишинъ*—„О механическомъ дѣйствіи пуль".

2) *И. Г. Рекашевъ*—„О движеніи тѣла по земной поверхности".

Въ члены общества избранъ Г. И. Челпановъ.

4-е очередное засѣданіе (18 февраля 1893 г.). Предсѣд. Н. Н. Шиллеръ.

Сообщеніе:

Н. Н. Шиллеръ.—„Объ электромагнитной теоріи свѣта".

5-е очередное засѣданіе (23 февраля 1893 г.). Предсѣд. Н. Н. Шиллеръ.

Сообщенія:

Н. Н. Шиллеръ—„Объ электромагнитной теоріи свѣта".

А. И. Богуславскій—„О векторахъ".

6-е очередное засѣданіе. (26 февраля 1893 г.). Предсѣд. Н. Н. Шиллеръ.

Сообщеніе:

Н. Н. Шиллеръ—„Объ электромагнитной теоріи свѣта".

7-е очередное засѣданіе (1 марта 1893 года). Предсѣдатель Н. Н. Шиллеръ.

Сообщенія:

1) *П. М. Покровскій*—„Объ уравненіяхъ 3-ей степени съ раціональными коэффиціентами".

2) *Г. К. Сусловъ*—„Объ элементарномъ доказательствѣ теоремы Коріолиса".

3) *В. П. Ермаковъ*—„О рѣшеніи уравненій 5-ой степени Абелеваго класса".

Слушали предложеніе г. Ректора Университета Св. Владиміра о приглашеніи принять участіе въ подпискѣ для образованія капитала имени Н. И. Лобачевскаго; постановили принять къ свѣдѣнію и поручить О. О. Косоногову хранить пожертвованія.

Въ члены общества избранъ А. А. Холодецкій.

І. Косоноговъ.

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики" № 160, стр. 84.

ДОСТАВЛЕННЫЯ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ и БРОШЮРЫ.

Метеорологическій Сборникъ, издаваемый Императорскою академіею наукъ. Томъ III. Спб. 1892. Ц. 8 р.

О преобразованіяхъ ультра-эллиптическихъ интеграловъ и функцій I класса. *П. М. Покровскаго.* Москва. 1891. Ц. 2 р.

Историческій очеркъ теоріи ультра-эллиптическихъ и Абелевыхъ функцій. *П. М. Покровскаго.* Москва. 1886. Ц. 40 к.

Теорія эллиптическихъ функцій. Курсъ лекцій *П. М. Покровскаго,* прив. доц. Имп. Московскаго университета. Москва. 1886. Ц. 1 р. 25 к.

Теорія ультра-эллиптическихъ функцій I класса. *П. М. Покровскаго,* прив.-доц. Имп. Московскаго университета. Москва. 1887. Ц. 2 р. 50 к.

Посмертное изданіе статьи А. В. Лѣтникова о приведеніи многократныхъ интеграловъ. Воспроизвелъ по черновымъ рукописямъ *П. М. Покровскій.* Москва. 1889.

Жизнь и труды А. Ю. Давидова. *Н. Е. Жуковскаго, П. А. Некрасова и П. М. Покровскаго.* Москва. 1890.

Краткое введеніе въ теорію эллиптическихъ функцій. Вступительная лекція, прочитанная 10 сентября 1891 года Проф. *П. М. Покровскимъ.* Кіевъ. 1891.

Соотношенія между модулями и ихъ дополненіями для преобразованія 5-й степени эллиптическихъ функцій. *П. М. Покровскаго.* Изд. Московскаго Математическаго Общества. Москва. 1881.

Къ элементарной теоріи уравненій третьей и четвертой степени. *П. М. Покровскаго,* Проф. Университета Св. Владиміра. Кіевъ. 1893. Ц. 20 к.

Электричество, его источники и примѣненія въ промышленности. *А. Вильке.* Перевелъ и дополнилъ *А. В. Вульфъ.* Вып. I. Изд. Ф. В. Щепанскаго. Спб. 1893. Ц. 50 к.

ЗАДАЧИ.

№ 470. Показать, что a^n, гдѣ a и n цѣлыя числа, можетъ быть представлено въ видѣ суммы a послѣдовательныхъ нечетныхъ чиселъ, за исключеніемъ случая, когда $n=1$ при a четномъ.

Е. Буницкій (Одесса).

№ 471. Данъ уголъ и точка, лежащая на равнодѣлящей этого угла. Провести черезъ эту точку сѣкущую такъ, чтобы разность отрѣзковъ, опредѣленныхъ сѣкущею на сторонахъ угла, была данной длины.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 472. Провести двѣ окружности, касательныя къ сторонамъ AB и AC даннаго треугольника и пересѣкающіяся на BC подъ прямымъ (или даннымъ) угломъ.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 473. Легко доказать, что въ равнобедренномъ треугольникѣ биссекторы равныхъ угловъ равны между собою. Требуется доказать обратную теорему, т. е. если биссекторы двухъ угловъ въ треугольникѣ равны между собою, то треугольникъ будетъ равнобедренный. (Доказательство должно быть геометрическое).

А. П. (Пенза).

№ 474. Данъ кубъ, ребро котораго равно a. Проведенъ шаръ, касательный ко всѣмъ ребрамъ куба. Опредѣлить часть объема шара, заключенную внутри куба.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 475. Проведенъ шаръ, касательный къ ребрамъ правильнаго октаэдра, ребро котораго равно a. Опредѣлить часть объема шара, заключенную внутри октаэдра.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 476. Цилиндрическая стеклянная трубка длиной въ l цм., закрытая съ одного конца, погружена на длину h въ сосудъ со ртутью подъ угломъ φ^0 къ горизонту. Вычислить длину x столба вошедшей въ трубку ртути. Давленіе атмосферы равно H.

Для численнаго вычисленія $H=70$ цм., $l=80$ цм., $h=30$ цм., $\varphi=30^0$.

П. П. (Одесса).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 318 (2 сер.). Равнодѣлящая прямого угла дѣлитъ гипотенузу въ крайнемъ и среднемъ отношеніи. Найти углы треугольника.

Если одинъ изъ катетовъ $=a$, прилежащій острый уголъ $=x$, то другой катетъ есть $a\operatorname{tg}x$, а гипотенуза—$a:\cos x$. Отрѣзки гипотенузы выразятся черезъ

$$\frac{a}{\cos x(\operatorname{tg}x+1)} \text{ и } \frac{a\operatorname{tg}x}{\cos x(\operatorname{tg}x+1)}.$$

Выражая уравненіемъ условіе задачи, послѣ сокращеній легко получимъ

$$\operatorname{tg}^2 x-\operatorname{tg}x-1=0,$$

откуда

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

С. Бабанская (Тифлисъ); *Х. Едлинъ* (Кременчугъ); *А. П.* (Пенза); *В. Перельцвейгъ* (Полтава); *А. Рѣзновъ* (Самара); *К. Щиголевъ, К. Геншель* (Курскъ); *В. Шишаловъ* (Ив.-Вознесенскъ).

№ 328 (2 сер.). Не вычисляя выраженія

$$2^{40}+2^{36}+2^{35}.\ 3^2+2^7.\ 3^{11}+2^3.\ 3^{11}+2^3.\ 3^{13}$$

показать, что оно дѣлится на 1892.

Представимъ данное выраженіе въ видѣ

$$2^2\left[2^{33}(2^5+2+3^2)+3^{11}(2^5+2+3^2)\right]=2^2(2^5+2+3^2)\left[(2^3)^{11}+3^{11}\right].$$

Очевидно, что данное выраженіе дѣлится на 4, на $2^3+3=11$ и на $2^5+2+3^2=43$; но $1892=4.11.43$.

Х. Едлинъ (Кременчугъ); *А. П.* (Пенза); *С. Бабанская* (Тифлисъ); *В. Шишаловъ* Ив.-Вознесенскъ); *В. Перельцвейгъ, А. Гальперинъ* (Полтава); *К. Щиголевъ*, (Курскъ).

№ 330 (2 сер.). Провести прямую параллельно основанію трапеціи такъ, чтобы она дѣлилась діагоналями на три равныя части.

Пусть параллельныя стороны трапеціи $BC=a$, $AD=b$ и непараллельныя $AB=c$ и $CD=d$. Продолжимъ сторону AD и отложимъ $DK=2BC$, K соединимъ съ B, изъ D проведемъ параллель линіи KB до пересѣченія съ AB въ точкѣ M, изъ M проводимъ параллель AD до пересѣченія съ CD въ точкѣ N. Линія MN діагоналями трапеціи въ точкахъ F и H раздѣлится на три равныя части. — Для доказательс тва проводимъ линію $CL \parallel AB$ до пересѣченія съ MN въ L и $NG \parallel AB$ до перес. съ AD въ точкѣ G. Изъ подобныхъ $\triangle\triangle$ получимъ соотношенія $AK:AD=AB:AM$ и $BC:MF=AB:AM$, откуда

$$AM=\frac{bc}{b+2a} \text{ и } MF=\frac{ab}{b+2a}.$$

Кромѣ того имѣемъ:

$$CL:LN=GN:GD \text{ или } \left(c-\frac{bc}{b+2a}\right):(MN-a)=\frac{bc}{b+2a}(b-MN),$$

откуда

$$MN=\frac{3ab}{b+2a}=3MF.$$

Точно такимъ же образомъ докажемъ, что $3NH=MN$, а слѣдов. и $3FH=MN$.

В. Рудинъ (Пенза); *В. Буханцевъ* (Борисоглѣбскъ); *П. Хлѣбниковъ* (Тула); *К. Щиголевъ* (Курскъ); *В. Баскаковъ* (Ив.-Вознесенскъ).

№ 332 (2 сер.). Рѣшить уравненіе

$$(\sin x+\cos x)\sqrt{2}=\operatorname{tg} x+\operatorname{ctg} x .$$

Легко видѣть, что

$$(\sin x+\cos x)\sqrt{2}=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{1}{2}\,\frac{1}{\sin 2x}=\frac{2}{\sin 2x}$$

$$\sin x+\cos x=\frac{\sqrt{2}}{\sin 2x}.$$

Возводя въ квадратъ, найдемъ

$$\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x=\frac{2}{\sin^2 2x}$$

или

$$\sin^3 2x+\sin^2 2x-2=0,$$

или

$$(\sin 2x-1)\ (\sin^2 2x+2\sin 2x+2)=0,$$

что даетъ

$$\sin 2x-1=0 \text{ и } \sin^2 2x+2\sin 2x+2=0;$$

первое ур-іе имѣетъ корень

$$x=90^0(2n+(-1)^n),$$

второе же дѣйствительныхъ корней не имѣетъ.

X. Едлинъ (Кременчугъ); *В. Буханцевъ* (Борисоглѣбскъ); *В. Шидловскій* (Полоцкъ); *А. Гуминскій* (Троицкъ); *С. Бабанская* (Тифлисъ); *В. Перельцвейгъ*, *А. Гальперинъ* (Полтава); *К. Щиголевъ*, *К. Геншель* (Курскъ).

№ 333 (2 сер.). Первая цыфра шестизначнаго числа — единица; или ее переставить на конецъ, то число увеличится втрое. Найти шестизначное число.

1. Если искомое число x, то по условію задачи

$$(x-100000)10+1=3x,$$

откуда

$$x=\frac{999999}{7}=142857.$$

2. Такъ какъ изъ однозначныхъ чиселъ лишь 7 даетъ при умноженіи на 3 число, оканчивающееся единицею, то послѣдняя цыфра искомаго числа есть 7; въ числѣ, получающемся изъ искомаго черезъ

перестановку единицы на конецъ, цыфра 7 стоитъ на мѣстѣ десятковъ. Отнимая отсюда 2 десятка, получившихся отъ умноженія единицъ искомаго числа на 3 ($3 \times 7 = 21$), получимъ 5. Отсюда же слѣдуетъ, что цыфра десятковъ искомаго числа $= 5$, такъ какъ лишь 5 даетъ при умноженіи на 3 число, оканчивающееся пятеркой. Такъ же находимъ и остальныя цыфры искомаго числа.

А. П. (Пенза); *В. Буханцевъ* (Борисоглѣбскъ); *В. Перельцвейгъ* (Полтава).

№ 343 (2 сер.). Чрезъ точку A пересѣченія двухъ окружностей проведены сѣкущія BAC и DAE. Показать, что хорды BD и EC при продолженіи пересѣкаются въ точкѣ F подъ постояннымъ угломъ.

Если проведемъ черезъ A сѣкущую $B'AC'$ и продолжимъ хорды DB' и EC' до взаимнаго ихъ пересѣченія въ точкѣ F', то нетрудно доказать, что $\triangle FBC \infty \triangle F'B'C'$, откуда и вытекаетъ наша теорема.

В. Ахматовъ (Тула); *В. Буханцевъ* (Борисоглѣбскъ); *В. Перельцвейгъ* (Полтава); *А. П.* (Пенза); *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

Задачи 2-й серіи, на которыя до сихъ поръ не получено ни одного удовлетворительнаго рѣшенія *).

№ 144. Показать, что сумма обратныхъ квадратныхъ сторонъ гармоническаго четыреугольника равна удвоенной обратной степени точки пересѣченія діагоналей относительно описаннаго круга.

И. Пламеневскій (Темиръ-ханъ-Шура).

№ 147. По даннымъ разстояніямъ основаній трехъ биссекторовъ внутреннихъ угловъ треугольника (отъ его стороны) вычислить его площадь и стороны.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 157. Разсмотрѣть изображеніе предмета, помѣщеннаго между двумя сферическими зеркалами, изъ которыхъ одно вогнутое, а другое выпуклое. Главныя оси зеркалъ совпадаютъ, и центръ вогнутаго зеркала находится на поверхности выпуклаго.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

ПОПРАВКА. Вмѣсто списка лицъ, рѣшившихъ задачу № 320 (2-ой серіи), въ прошломъ № Вѣстника былъ, по недосмотру, помѣщенъ списокъ лицъ, рѣшившихъ задачу № 330. Задачу № 320 рѣшили: *А. Рязановъ* (Самара); *А. П.* (Пенза); *С. Бабанская* (Тифлисъ); *В. Буханцевъ* (Борисоглѣбскъ); *К. Щиголевъ* (Кускъ).

---

*) См. „В. О. Ф.“ № 162.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 13 Мая 1893 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.